Explication du "blocage des cardans" ("Gimbal lock")

Une rotation décomposée en trois rotations successives selon x, y et z implique l'application des trois matrices suivantes à chaque point d'un objet.

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Si on fixe $\beta = 90°$, alors

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \cos\theta\sin\alpha - \sin\theta\cos\alpha & \cos\theta\cos\alpha + \sin\theta\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\theta\sin\alpha + \cos\theta\cos\alpha & \sin\theta\cos\alpha - \cos\theta\sin\alpha & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

En utilisant des identités trigonométriques, on obtient

$$\begin{bmatrix} 0 & \sin(\theta-\alpha) & \cos(\theta-\alpha) & 0 \\ 0 & \cos(\theta-\alpha) & \sin(\theta-\alpha) & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ainsi, un changement d'angle θ produira le même effet qu'un changement d'angle $-\alpha$.