

Forme générale de la matrice de rotation obtenue par la méthode des quaternions

- Soit \vec{v} le vecteur donnant l'axe de rotation (note: \vec{v} est unitaire)
- Soit θ l'angle de rotation autour de l'axe \vec{v}
- Soit \vec{p} un vecteur dont l'extrémité doit être tournée d'un angle θ autour de l'axe \vec{v} .

On a: $q p q^{-1}$ où $q = \cos \frac{\theta}{2} + v_x \sin \frac{\theta}{2} i + v_y \sin \frac{\theta}{2} j + v_z \sin \frac{\theta}{2} k$

$$q p q^{-1} = \left(\cos \frac{\theta}{2} + v_x \sin \frac{\theta}{2} i + v_y \sin \frac{\theta}{2} j + v_z \sin \frac{\theta}{2} k \right) (p_x i + p_y j + p_z k) \left(\cos \frac{\theta}{2} - v_x \sin \frac{\theta}{2} i - v_y \sin \frac{\theta}{2} j - v_z \sin \frac{\theta}{2} k \right)$$

$$= [(A)p_x + (B)p_y + (C)p_z]i + [(D)p_x + (E)p_y + (F)p_z]j +$$

$$= \alpha i + \beta j + \gamma k \quad [(G)p_x + (H)p_y + (I)p_z]k$$

Donc,
$$\begin{bmatrix} A & B & C & 0 \\ D & E & F & 0 \\ G & H & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ 1 \end{bmatrix}$$

↓
dans le système
xyz

↓
dans le système ijk