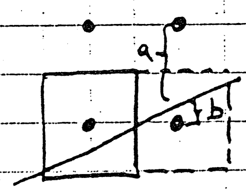
Disponible en version pdf sur le site WEB du cours

Algorithme de Bresenham

Variable de décision

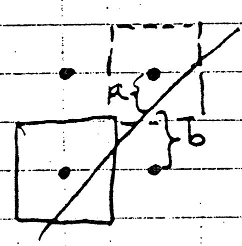
$$d = (x_2 - x_1)(a-b) = \Delta x (a-b)$$

Si $a > b$, alors $d > 0$. Cela signifie que le prochain pixel à colorer est celui situé immédiatement à droite du pixel courant.



$$d_k = (x_2 - x_1)(a-b) > 0$$

Si $a < b$, alors $d < 0$. Cela signifie que le prochain pixel à colorer est celui situé sur la ligne au-dessus du pixel courant (et à sa droite).



$$d_k = (x_2 - x_1)(a-b) < 0$$

On note qu'il est possible de calculer d_{k+1} à partir de d_k. En observant la partie gauche de la figure [redacted] 7.33 du manuel, on constate que

$$\begin{cases} a \text{ diminue de } m \\ b \text{ augmente de } m \end{cases}$$

Donc
$$\begin{aligned} d_{k+1} &= (x_2 - x_1)\big(a - m - (b+m)\big) \\ &= (x_2 - x_1)(a - b - 2m) \\ &= (x_2 - x_1)(a-b) - 2(x_2 - x_1)m \end{aligned}$$

$$d_{k+1} = d_k - 2(x_2 - x_1)m$$

Or, on sait que $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Ainsi, $$d_{k+1} = d_k - 2(x_2 - x_1)\frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}$$

$$d_{k+1} = d_k - 2(y_2 - y_1)$$

Il est important de noter que cette dernière équation n'est valide que lorsque $d_k > 0$ (partie gauche de la figure [redacted] 7.33)

Si $d_k < 0$ comme dans le cas de la partie droite de la figure [redacted] 7.33, on constate que

$\boxed{\text{voir annexe}}$ $\begin{cases} a \text{ augmente de } 1-m \\ b \text{ diminue de } 1-m \end{cases}$

Donc $$d_{k+1} = (x_2 - x_1)\left(a + 1 - m - (b - (1-m))\right)$$

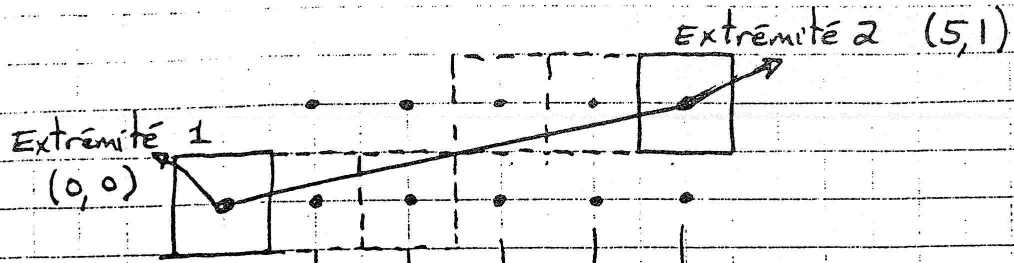
$$d_{k+1} = (x_2 - x_1)(a - b) + 2(x_2 - x_1)(1 - m)$$

Soit $$d_{k+1} = d_k + 2(x_2 - x_1)\left(1 - \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}\right)$$

$$d_{k+1} = d_k + 2\left((x_2 - x_1) - (y_2 - y_1)\right)$$

Cette dernière équation n'est valide que pour $d_k < 0$

Exemple pratique



$$\Rightarrow m = \frac{1-0}{5-0} = \frac{1}{5}$$

$$d_5 = d_4 - 2(y_2-y_1) = 7-2 = 5$$

$$d_4 = d_3 + 2\big((x_2-x_1)-(y_2-y_1)\big) = -1+2(5-1) = 7$$

$$d_3 = d_2 - 2(y_2-y_1) = 1-2 = -1$$

$$d_2 = d_1 - 2(y_2-y_1) = 3-2 = 1$$

$$d_1 = d_0 - 2(y_2-y_1) = 5-2(1) = 3$$

$$d_0 = (x_2-x_1)(a-b) = (x_2-x_1)(1-0) = (5-0)(1) = 5$$

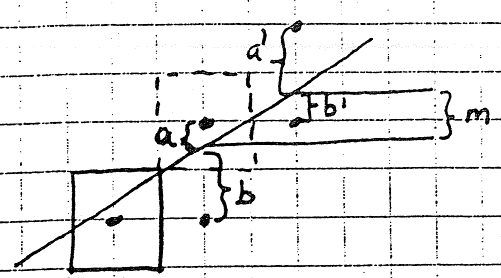
Il est à noter que

$$d_1 = d_0 - 2(y_2-y_1)$$

$$d_1 = (x_2-x_1) - 2(y_2-y_1)$$

Cette dernière expression est souvent utilisée dans les manuels de graphisme par ordinateur comme point de départ de l'algorithme. Dans certains manuels, les signes de d_1 et des deux incréments possibles pour d_K ~~sont~~ inversés.

Annexe



Dans cette figure, l'espacement des points est fixé à 1.

Ainsi $a + b = 1$

$$a' + b' = 1$$

De plus, $a' + m - a = 1$

$$a' = a + (1 - m)$$